**Επιστημονικός Υπολογισμός**

**Εργασία 1**

**Μέρος 1**

**1)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Όρος** | **Μαθηματικός Συμβολισμός** | **Python** | **MatLab** | **Περιγραφή** |
| Διάνυσμα στήλης | a’ | array([[a1], \  [a2], \  …  [an]]) | [a1 ; a2 ; … an] | Κάθετο διάνυσμα |
| Διάνυσμα γραμμής | a | array([a1, a2, … an]) | [a1 a2 … an] | Οριζόντιο διάνυσμα |
| Μήκος διανύσματος | n | len(a) | length(a) | Πλήθος στοιχείων του διανύσματος |
| Μοναδιαία διανύσματα | |a|=1 | len(a)=1 | length(a)=1 | Διανύσματα μήκους 1 |
| Πίνακας *n x m* | Α | array([[a11, a12, ... a1n], \  [a21, a22, … a2n], \  …  [am1, am2, … amn]]) | [a11 a12 … a1n  a21 a22 … a2n  …  am1 am2 … amn] | m γραμμές  και  n στήλες |
| Τάξη πίνακα | r |  |  | Οι γραμμές(ή στήλες) του πίνακα που φέρουν οδηγό |
| Διαγώνιος Πίνακας | d |  |  | τα στοιχεία εκτός της διαγωνίου είναι μηδενικά |
| Μοναδιαίος Πίνακας | I |  | eye(m) | m γραμμές |
| Μηδενικός Πίνακας | 0 |  | zeros(m,n) | m γραμμές  n στήλες |
| Πίνακας με όλα τα  στοιχεία του 1 |  |  | ones(m,n) | m γραμμές  n στήλες |
| Ορίζουσα πίνακα | det |  |  |  |
| Αντίστροφος Πίνακα | A’ |  |  | AA’ = I |
| Συμμετρικός Πίνακας |  |  |  | A = AT |
| Ανάστροφος Πίνακα | AT |  | A’ |  |
| Ορθογώνιος Πίνακας |  |  |  |  |
| Τριγωνικός πίνακας |  |  |  | Tα στοιχεία άνω(ή κάτω) της διαγωνίου είναι μηδενικά |
| Vandermonde πίνακας | |an-1 an-2 … a0|  |bn-1 bn-2 … b0|  … |  |  |  |
| Δείκτης κατάστασης  (Conditional number) |  |  |  |  |

**2)**

(α)

(i) 3x + 5y = 1, 4x – y = 3

20x + 3x = 15 + 1 ⬄ x = 16/23

4\*16/23 – y = 3 ⬄ y = -5/23

(ii) 3x + 5y = 1, 6x + 10y = 2

6x – 6x + 10y – 10y = 2 – 2 ⬄ 0 = 0 Αόριστο

(iii) 3x + 5y = 1, 6x + 10y = 0

6x – 6x + 10y – 10y = 0 – 2 ⬄ 0 = -2 Αδύνατο

**3)**

(a)

z = 3

y + z = 2 ⬄ y = -1

3x + 2y – z = 1 ⬄ 3x = 6 ⬄ x = 2

(b)

x = 3

x + y = 2 ⬄ y = -1

3x + 2y – z = 1 ⬄ z = 9 – 2 – 1 ⬄ z = 6

**4)**

|20 15 10| |x1| |45| |20 15 10| |x1| |45|

|-3 -2.249 7| \* |x2| = |1.751| ⬄ |5 1 3| \* |x2| = |9| ⬄

|5 1 3| |x3| |9| |-3 -2.249 7| |x3| |1.751|

|20 15 10| |x1| |45| x3 = 1

|0 -2.75 0.5| \* |x2| = |-2.25| ⬄ x2 = 1

|0 0 8.5| |x3| |8.5| x3 = 1

**5)**

|1 0 0| |1 4 1| |x1| |7|

|1 1 0| \* |0 2 -2| \* |x2| = |13|

|2 -4.5 1| |0 0 -9| |x3| |5|

L \* U \* x = b Έστω U\*x = y τότε:

|1 0 0| |y1| |7| y1 = 7

|1 1 0| \* |y2| = |13| ⬄ y2 = 6

|2 -4.5 1| |y3| |5| y3 = 18

και

|1 4 1| |x1| |7| x1 = 5

|0 2 -2| \* |x2| = |6| ⬄ x2 = 1

|0 0 -9| |x3| |18| x3 = -2

**7)**

Ισχύει A\*A’ = I . Για να βρούμε τον αντίστροφο πίνακα θα εφαρμόσουμε ανάλυση L\*U όπως στο παράδειγμα 5 . Στη θέση του αγνώστου διανύσματος x θα βάλουμε τα στηλοδιανύσματα του A’ και στη θέση του b τα αντίστοιχα στηλοδιανύσματα του ταυτοτικού πίνακα κάθε φορά. Οπότε ο πίνακας Α’ προκύπτει ως εξής:

|-5.5/9 1/2 5/9|

|2/9 0 -1/9|

|6.5/9 -1/2 -1/9|

**8)**

|1 0 0| |1 4 1|

A = L\*U = |1 1 0| \* |0 2 -2|

|2 -4.5 1| |0 0 -9|

det(A) = det(L) \* det(U) = 1 \* 1 \* 2 \* (-9) = -18

**9)**

Το σύστημα αυτό λύνεται επίσης με L\*U ανάλυση και προκύπτει:

|x11  x12| |5 -17/6|

|x21 x22| = |1 10/9|

|x31 x32| |-2 -11/18|